# 演習問題解答

○統計的方法の基礎

[問 1]

データの種類、母集団と標本、基本統計量に関する次の文章において、括弧内に入るもっとも適切なものを下欄の選択肢からひとつ選び、その記号を書きなさい。

(1)ある製品の特性値である寸法は(①　キ　)であり、特性値が規格を満足していない不適合品の数は(②　ウ　)である。

(2)母集団の性質を決める独自の値を(③　ア　)と呼び、母集団のサンプルのデータから計算される量を(④　エ　)と呼ぶ。

【選択肢】

| | | | |
|---|---|---|---|
| ア．母数 | イ．無限母集団 | ウ．計数値 | エ．統計量 |
| オ．順位データ | カ．有限母集団 | キ．計量値 | ク．分類データ |

[問 2]

以下に示すデータの基本統計量に関する設問において、括弧内の数値を計算せよ。

データ x：1,2,3,4,5,12

①平均値$\bar{x}$　(　4.5　)　②メディアン$\tilde{x}$　(　3.5　)

③平方和 S　(　77.50　)　④分散 V　(　15.50　)

⑤標準偏差 s　(　3.94　)

<解答>

・平均値　$\bar{x} = \frac{データの総和}{データ数} = \frac{x_1+x_2+x_3+\cdots x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{1+2+3+4+5+12}{6} = 4.5$

・メディアン　$\tilde{x} = \frac{3+4}{2} = 3.5$

・平方和　$S = \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 199 - \frac{27^2}{6} = 77.50$

・分散　$V = \frac{S}{n-1} = \frac{77.50}{6-1} = 15.50$

・標準偏差　$s = \sqrt{V} = \sqrt{15.5} = 3.94$

[問 3]

　ポリ容器に液体製品を自動充填している工程がある。液体製品の充填量は期待値(平均)1010.0[ml]、分散 $3.0^2$ の正規分布に従い、ポリ容器の内容積は期待値(平均)1022.0[ml]、分散 $4.0^2$ の正規分布に従っており、互いに独立とする。

①液体充填後のポリ容器の空間部容積の期待値(平均)は、(①　12.0　)[ml]であり、分散は(②　$5.0^2$　)となる。

<解答>

空間部容積の期待値(平均)E(X)は、

　E(X)=[ポリ容器の容積量の期待値]-[液体の充填量の期待値]=1022.0-1010.0=12.0

空間部容積の分散 V(X)は、分散の加法性から、

$$V(X)=V(\text{内容積})+V(\text{充填量})=4.0^2+3.0^2=25=5^2$$

[問 4]

確率分布の計算問題

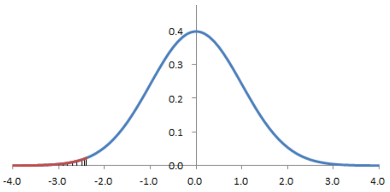
　確率変数 u が標準正規分布に従うとき，以下の確率を求めよ。

①Pr(u≦-2.43)=(　0.0075　)

正規分布表は左右対称なので

Pr(u≦-2.43)=Pr(u≧2.43)

付表より，　<u>Pr(u≧2.43)=0.0075</u>



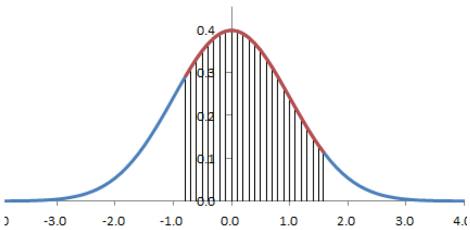

②Pr(-0.79≦u≦1.58)=(　0.7281　)

範囲を 2 つに分けて考えると，

Pr(-0.79≦u≦1.58)=1-Pr(u≦-0.79)-Pr(u≧1.58)

=1-Pr(u≧0.79)-Pr(u≧1.58)

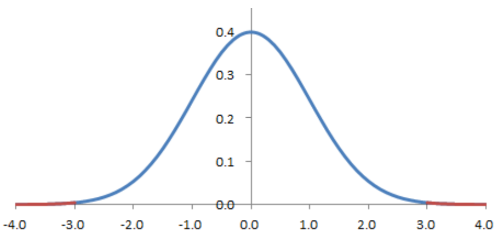
=1-0.2148-0.0571=<u>0.7281</u>




③Pr(u≦-3.0　又は　3.0≦u)=(　0.0026　)

Pr(u≦-3.0 )+Pr(u≧3.0)=Pr(u≧3.0)×2

=0.0013×2=<u>0.0026</u>



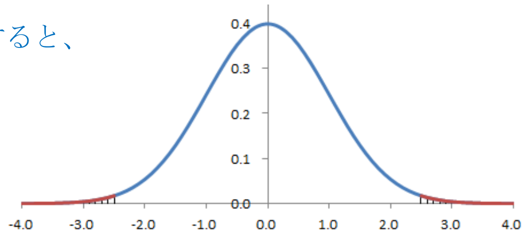
[問 5]

機械部品を製造している工程がある。この部品の重要特性のひとつは重量であり、母平均 100.000[g]、母標準偏差 0.100[g]の正規分布に従っている。

①サンプルをランダムに 1 個採取した。このサンプルの重量が、99.750[g]以下かつ 100.25[g]以上である確率は(　0.0124　　)である。

この部品の重量 x の分布は、問題文より x～N(100,0.1²)に従う。

問題の確率 Pr(x≦99.750 かつ x≧100.25)を求めるために標準化すると、




$$u_1=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{99.75-100}{0.1}=\frac{-0.25}{0.1}=-2.5$$

$$u_2=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{100.25-100}{0.1}=\frac{0.25}{0.1}=2.5$$

従って、Pr(x≦99.750 かつ x≧100.25) = Pr( u≦-2.5 かつ u≧2.5)

付表より、Pr( u≦-2.5 かつ u≧2.5)=0.0062×2=0.0124

②サンプルをランダムに 4 個採取した。これらのサンプルの合計重量が、399.5000[g]以下かつ 400.500[g]以上である確率は(　0.0124　　)である。

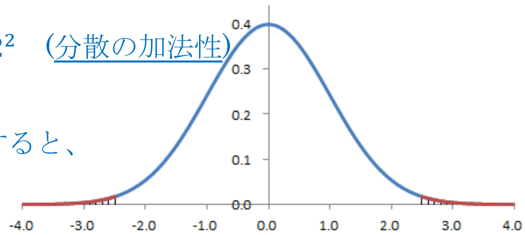
サンプル 4 個採取したときの合計重量 T の分布の期待値は、

$$\mathrm{E(T)}=\mathrm{E}(x_1+x_2+x_3+x_4)=400$$

$$\mathrm{V(T)}=\mathrm{V}(x_1+x_2+x_3+x_4)=0.1^2+0.1^2+0.1^2+0.1^2=0.04=0.2^2$$ (分散の加法性)

合計重量 T の分布は、T～N(400,0.2²)に従う。

問題の確率 Pr(T≦399.500 かつ T≧400.500)を求めるために標準化すると、




$$u_1=\frac{T-\mu}{\sigma}=\frac{399.5-400}{0.2}=\frac{-0.5}{0.2}=-2.5$$

$$u_2=\frac{T-\mu}{\sigma}=\frac{400.5-400}{0.2}=\frac{0.5}{0.2}=2.5$$

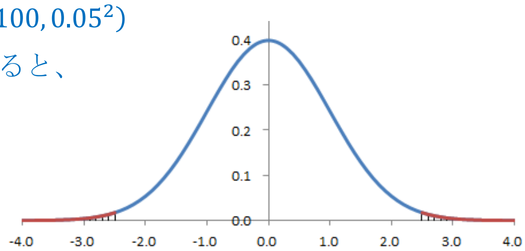
従って、Pr(T≦399.500 かつ T≧400.500) = Pr( u≦-2.5 かつ u≧2.5)

付表より、Pr( u≦-2.5 かつ u≧2.5)=0.0062×2=0.0124

③サンプルをランダムに 4 個採取した。これらのサンプルの平均重量が、99.875[g]以下かつ 100.125[g]以上である確率は(　0.0124　　)である。

x～N(100,0.1²)のとき平均値$\bar{x}$の分布は、$\bar{x}\sim N(\mu,\sigma^2/n)$より、$\bar{x}\sim N(100,0.05^2)$

問題の確率Pr ($\bar{x}\leq 99.875$ かつ$\bar{x}\geq 100.125$)を求めるために標準化すると、




$$u_1=\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}=\frac{99.875-100}{0.05}=\frac{-0.125}{0.05}=-2.5$$

$$u_2=\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}=\frac{100.125-100}{0.05}=\frac{0.125}{0.05}=2.5$$

従って、Pr(T≦399.500 かつ T≧400.500) = Pr( u≦-2.5 かつ u≧2.5)

付表より、Pr( u≦-2.5 かつ u≧2.5)=0.0062×2=0.0124

[問 6]

Q 社では焼菓子を製造している。焼きあがったお菓子はランダムに 10 個を 1 箱に詰めて箱詰お菓子として出荷する。お菓子の重量は母平均 50.00[g]、母標準偏差 1.50[g]の正規分布に従い、また箱の重量は母平均 5.00[g]、母標準偏差 0.50[g]の正規分布に従っている。お菓子の重量と箱の重量は互いに独立とする。

①10 個入り箱詰お菓子の総重量の母平均は、(　505　)[g]であり、母標準偏差は、(　4.77　)[g]となる。

1 個づつのお菓子の重量の分布は、x～N(50.00,$1.5^2$)。

さらに箱の重量の分布は、y～N(5.00,$0.50^2$)なので総重量 T の期待値は、

E(T)=E(x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+y)=10×50+5=505

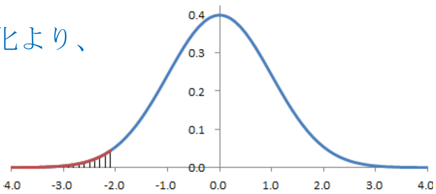
V(T)=V(x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+y)=$1.5^2$×10+$0.50^2$=22.75=$4.77^2$

従って総重量 T の分布は、T～N(505,$4.77^2$)に従う。

②総重量が 495.00[g]以下の箱は不適合となる。不適合品のでる確率は、約(　1.8　)%である。

総重量 T の分布は、T～N(505,$4.77^2$)に従うので、

不適合品の出る確率(＝Pr(T≦495.00)となる確率)は、標準化より、




$$u=\frac{T-\mu}{\sigma}=\frac{495-505}{4.77}=\frac{-10}{4.77}\fallingdotseq-2.1$$

従って、Pr(T≦495.00) = Pr( u≦-2.1)

付表より、Pr( u≦-2.1)=0.0179≒約 1.8%

③不適合品の出る確率を 0.1%以下にするには、お菓子の重量の母平均を(　50.47　)[g]以上にする必　要がある。ただし、お菓子の重量の母標準偏差、箱の重量の母平均と母標準偏差は変わらないものとする。

不適合品の出る確率が 0.1%以下とすると、Pr( u≦Kp)=0.001 なので、

P から $K_P$ を求める付表より、Kp=3.090。

②の標準化の式より、$u=\frac{T-\mu}{\sigma}=-3.090$

総重量 T の母標準偏差と、不適合品の基準 495.00[g]は変わらないので、これを代入し、

$$u=\frac{T-\mu}{\sigma}=\frac{495-\mu}{4.77}=-3.090$$

$\mu = 3.090 \times 4.77 + 495 = 509.74$

従って総重量 T の分布が、T～N(509.74,$4.77^2$)となればよい。

次に、総重量 T の期待値(=μ)の算出式は、①より、

E(T)=E(x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+y)=10×x+y=μ

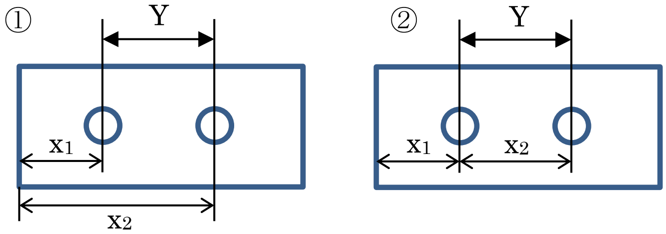
箱の重量の母平均 y は変わらないので、μ=509.74 となるときのお菓子の重量 x は、

x=(μ-y)/10=(509.74-5)/10=50.47

従ってお菓子の重量を 50.47 以上にすればよい。

[問 7]

ある部品において，穴間寸法 Y が重要特性でありその規格値は 60.00±0.15mm である。次の 2 種類の方法で加工した場合にどちらが，安定して加工できるか調べたい。①②それぞれで不適合品が発生する確率を求めよ。尚, x1 は①②共に $N(50,0.05^2)$に従い, x2 は①の場合 $N(110,0.05^2)$, ②の場合 $N(60,0.05^2)$に従うものとする。さらに，x1 と x2 は互いに独立である。」




<解答>

① Y の分布

$E(Y) = E(x2) - E(x1) = 110 - 50 = 60$

$V(Y) = V(x2) + V(x1) = 0.05^2 + 0.05^2 = 0.0707^2$

$Y \sim N(60, 0.0707^2)$

規格値は 60.00±0.15 なので,

Pr(x≦-59.85 かつ x ≧60.15)=2×Pr(x≧60.15)　を算出する。

$$u = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{60.15-60}{0.0707} = 2.12$$

従って，$\Pr(x \geqq 60.15) \times 2 = \Pr(u \geqq 2.12) \times 2 = 0.017 \times 2 = 0.034$（3.4%）

② Y の分布

$E(Y) = E(x2) = 60$

$V(Y) = V(x2) = 0.05^2$

$Y \sim N(60, 0.05^2)$

規格値は 60.00±0.15 なので,

Pr(x≦-59.85 かつ x ≧60.15)=2×Pr(x≧60.15)　を算出する。

$$u = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{60.15-60}{0.05} = 3$$

従って，$\Pr(x \geqq 60.15) \times 2 = \Pr(u \geqq 3) \times 2 = 0.00135 \times 2 = 0.0027$（0.27%）

②のほうが不適合品が発生する確率が少なく、安定して加工できるといえる。

○検定・推定

[問題 8]

あるラインで製造されている金属材料の強度の母平均$\mu_0$は 50、母標準偏差$\sigma_0$は 6 であった。強度の母平均の向上を目的に、製造条件の改善を行い n=9 の試作品の強度を測定した。試作品の強度の平均値$\bar{x}$は 54 であった。改善後の延性のばらつきは変わらないものとして、改善の効果があったかどうか有意水準 5%で検定する。

仮説の設定　　帰無仮説　$H_0: \mu = \mu_0\ (= 50)$

対立仮説　（　$H_1: \mu > \mu_0$　　）

有意水準　　$\alpha$=0.05 (5%)

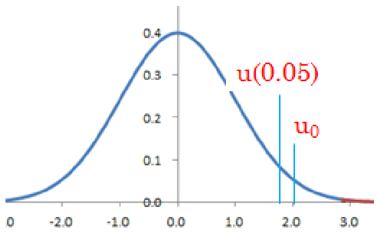
検定統計量　　$u_0 = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} = ($　$\dfrac{54-50}{6/\sqrt{9}} = 2$　$)$

棄却域　　対立仮説が $H_1: \mu > \mu_0$ で，$\alpha$=0.05　なので，

$u(\alpha) = ($　1.645　$)$

判定　　$u_0 > u(\alpha)$　より，$H_0$は棄却される。

改善の効果があったと（　いえる・いえない　）




[問題 9]

問題 8 で改善した金属材料の強度が、どのくらい向上したか調べる為、95%信頼区間で区間推定する。

$\bar{x} = 54$，$n = 9$，$\sigma = 6$

95%信頼区間なので、$u(\alpha)$=(　1.960　)

・点推定

$\hat{\mu} = ($　$\bar{x} = 54$　$)$

・95%信頼区間

$\mu_U = \bar{x} + u(\alpha)\sqrt{\sigma^2/n} = ($　$54 + 1.960\sqrt{6^2/9} = 57.92$　$)$

$\mu_L = \bar{x} - u(\alpha)\sqrt{\sigma^2/n} = ($　$54 - 1.960\sqrt{6^2/9} = 50.08$　$)$

[問題 10]

検定に関する次の文章において、それぞれの検定に使用する数値表の種類(想定する分布)として適切なものを【数値表の選択肢】から一つ選び、その記号を書きなさい。また、各検定の検定統計量の自由度として適切なものを括弧内に記入しなさい。

①ある部品の加工寸法を従来より長くしたい。ねらい寸法を変更して製作した 20 個の試作品について測定データを得た。加工寸法は狙い通り従来より長くなっているかどうかを判定する。但し、変更後の母分散はわかっていない。

数値表の種類：(　t 分布表　)　自由度：(　19　)

1 つの母集団に対する母平均の検定(母分散未知)

②ある加工機で加工した部品寸法のばらつきが大きいため、新しい加工機を導入して加工精度の向上を図ることとした。製品を 15 個作って部品寸法を測定し、従来の寸法の既知の母分散と比較検討する。

数値表の種類：(　$x^2$ 分布表　)　自由度：(　14　)

1 つの母集団に対する母分散の検定

③ある部品を加工機 A 及び加工機 B の 2 つの設備で加工しているが、2 つの設備間で部品寸法の母平均に差があるかどうかを検討することとした。各設備それぞれ 20 個のサンプルを加工して部品寸法の測定データを得た。但し、部品寸法について 2 つの設備間で母分散に違いはないことがわかっている。

数値表の種類：(　t 分布表　)　自由度：(　38　)

2 つの母集団に対する母平均の差の検定(母分散未知)

④ある部品の重量を 2 つの方法(A 法、B 法)で測定している。測定方法によって母平均に違いがあるかを検討することとした。そこで 15 個のサンプルを加工して、それぞれ A 法、B 法による測定データを得た。

数値表の種類：(　t 分布表　)　自由度：(　14　)

データに対応がある場合の母平均の検定(母分散未知)

【数値表の選択肢】

u 分布表　　t 分布表　　F 分布表　　$x^2$ 分布表

[問題 11]

ある特性 x の母平均 $\mu$ は 8.0 である。最近加工工程に変更が発生した為，変化による影響がないか調査することとした。ランダムに 9 ロットを選び，特性 x を測定した結果，次のデータを得た。このデータを用いて，次の検定を行うとき以下の問に答えなさい。

データ：7　8　5　7　6　7　9　6　8

平均値 $\bar{x} = 7.0$　，　平方和 S=12.0

①母平均が小さくなったか有意水準 5%で検定したい。但し，母分散が既知で $1.1^2$ であるとする。

・仮説

$H_0 : \mu = \mu_0$ (= 8.0)

$H_1$ : ( $\mu < \mu_0$ )

・検定統計量

$$u_0 = \left( \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{7.0 - 8.0}{1.1/\sqrt{9}} = -2.727 \right)$$

・棄却域

u(0.05) = ( 1.645 )

・判定

$|u_0| = 2.727 > 1.645$ より，H0 は棄却される。

小さくなったと（ いえる・いえない ）

②母平均が小さくなったか有意水準 5%で検定したい。母分散は未知である。

・仮説

$H_0 : \mu = \mu_0$ (= 8.0)

$H_1$ : ( $\mu < \mu_0$ )

・検定統計量

$$t_0 = \left( \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{V/n}} = \frac{7.0 - 8.0}{\sqrt{1.5/9}} = -2.45 \right)$$

・棄却域

$t(\varphi, \alpha)$ = ( t(8,0.05) = 1.86 )

・判定

$|t_0| = 2.45 > 1.86$ より，H0 は棄却される。

小さくなったと（ いえる・いえない ）

[問題 12]

ある部品を 2 つの設備(設備 1 と設備 2)で加工している。設備の違いによって加工寸法 x に違いがあるかどうか調べるために，それぞれの設備から 10 個の部品をランダムにサンプリングし，寸法を測定し次のデータが得られた。得られたデータを基に次の検定を行うとき以下の問に答えなさい。

設備 1 で加工される部品寸法の母平均と母分散をそれぞれ$\mu_1$と$\sigma_1^2$とする。同様に，設備 2 で加工される部品寸法の母平均と母分散をそれぞれ$\mu_2$と$\sigma_2^2$とする。

データ：　設備 1 から得られた統計量　$\bar{x}_1 = 6.2$　$S_1 = 7.60$　$V_1 = 0.84$

　　　　　設備 2 から得られた統計量　$\bar{x}_2 = 5.2$　$S_2 = 4.50$　$V_2 = 0.50$

・仮説

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1:$ (　$\mu_1 \neq \mu_2$　)

・検定統計量

$$V = \frac{S_1+S_2}{n_1+n_2-2} = \left( \frac{12.1}{18} = 0.672 \right)$$

$$t_0 = \frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{V/n_1+V/n_2}} = \left( \frac{6.2-5.2}{\sqrt{0.672(1/10+1/10)}} = 2.73 \right)$$

・棄却域

$t(\varphi, 0.05) =$ (　$t(18, 0.05) = 2.101$　)

・判定

$|t_0| > 2.101$ より H0 は棄却される。

違いがあると（　いえる・いえない　）

○相関分析・単回帰分析

[問題 13]

説明変数 x と目的変数 y の関係について調査するため，15 組のデータが収集され，以下の量が求められた。

x の平均値　$\bar{x} = 22.0$　　y の平均値　$\bar{y} = 10.0$

x の平方和　$S_{xx} = 1390.0$　　y の平方和　$S_{yy} = 70.0$　　x と y の積和　$S_{xy} = 152.0$

①回帰式$\boldsymbol{y = \beta_0 + \beta_1 x}$　を推定するための回帰係数の推定

$b_1$ ： $b_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = ($ $152/1390 = 0.109$ $)$

$b_0$ ： $b_0 = \hat{y} - \widehat{\beta_1} \cdot x = ($ $\bar{y} - \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \cdot \bar{x} = 10.0 - 0.109 \times 22.0 = 7.602$ $)$

②分散分析による検定

・仮説

$H_0: \beta_1 = 0$

$H_1: \beta_1 \neq 0$

・分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | 分散比 $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| 回帰 R | $S_R = (\frac{S_{xy}^2}{S_{xx}} = 16.6)$ | ( 1 ) | $V_R = (S_R/\varphi_R = 16.6)$ | $V_R/V_e = ($ 4.05 $)$ |
| 残差 e | $S_e = (S_{yy} - S_R = 53.4)$ | ( 13 ) | $V_e = (S_e/\varphi_e = 4.1)$ | |
| 計 T | $S_T = (S_{yy} = 70)$ | 14 | | |

・判定

棄却域　F(1,13;0.05)=(　4.67　) より有意とならない。

x と y に直線関係があると（　いえる・いえない　）

[問題 14]

説明変数 x と目的変数 y の関係について調査するため，22 組のデータが収集され，以下の量が求められた。

$$\sum x = 637.2 \ , \ \sum y = 686.6 \ , \ S_{xx} = 288.28 \ , \ S_{yy} = 425.80 \ , \ S_{xy} = 270.87$$

①回帰式$\boldsymbol{y = \beta_0 + \beta_1 x}$　を推定するための回帰係数の推定

$b_1$ ： $b_1 = ( \ \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = 270.87/288.28 = 0.940 \ )$

$b_0$ ： $b_0 = ( \ \hat{y} - \widehat{\beta_1} \cdot x = \bar{y} - \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \cdot \bar{x} = \frac{686.6}{22} - 0.940 \times \frac{637.2}{22} = 3.98 \ )$

②分散分析による検定

・仮説

$H_0$: ( $\beta_1 = 0$ )

$H_1$: ( $\beta_1 \neq 0$ )

・分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | 分散比 $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| 回帰 R | $(S_R = \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}} = 254.5)$ | ( 1 ) | $(V_R = S_R/\varphi_R = 254.5)$ | $(V_R/V_e = 29.7)$ |
| 残差 e | $(S_e = S_{yy} - S_R = 171.3)$ | ( 20 ) | $(V_e = S_e/\varphi_e = 8.565)$ | |
| 計 T | $(S_T = S_{yy} = 425.8)$ | ( 21 ) | | |

・判定

棄却域　F(1,20;0.05)=(　4.35　)

F(1,20;0.01)=(　8.10　)より高度に有意となる。

x と y に直線関係があると（　いえる・いえない　）

・相関係数 r

$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} \cdot S_{yy}}} = ( \ 0.77 \ )$

○実験計画法

[問題 15]

因子 A について一元配置実験を行った結果，以下の結果を得た。

| | データ | | | | 計 | 2 乗和 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 11 | 33 |
| A2 | 4 | 5 | 3 | 4 | 16 | 66 |
| A3 | 6 | 4 | 5 | - | 15 | 77 |
| A4 | 3 | 5 | 6 | 4 | 18 | 86 |
| | | | | | 60 | 262 |

①データの構造式

$x_{ij} = \mu + a_i + \varepsilon_{ij}$

②分散分析表による検定

$CT = \frac{T^2}{N} = (\quad {60^2}/{15} = 240 \quad)$

$S_T = \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{r} x_{ij}^2 - CT = (\quad 262 - 240 = 22 \quad)$

$S_A = \sum_{i=1}^{l} \frac{(A_i\text{水準のデータ和})^2}{A_i\text{水準のデータ数}} - CT = (\quad \frac{11^2}{4} + \frac{16^2}{4} + \frac{15^2}{3} + \frac{18^2}{4} - 240 = 10.25 \quad)$

$S_E = S_T - S_A = (\quad 22 - 10.25 = 11.75 \quad)$

・分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | 分散比 $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| A | $S_A = (\ 10.25\ )$ | ( 3 ) | $V_A = ({S_A}/{\varphi_A} = 3.42)$ | ${V_A}/{V_E} = (\ 3.20\ )$ |
| E | $S_E = (\ 11.75\ )$ | ( 11 ) | $V_E = ({S_E}/{\varphi_E} = 1.07)$ | |
| T | $S_T = (\ 22\ )$ | ( 14 ) | | |

・判定

棄却域　F(3,11;0.05)= (　3.59　)

F(3,11;0.01)= (　6.22　) より有意とはならない。

因子 A は特性値に影響を与えると（　いえる・いえない　）

③推定

・A3 の母平均の点推定

$\hat{\mu}(A_3) = \widehat{\mu + a_3} = \bar{x}_{3\cdot} = ( \ \frac{15}{3} = 5.00 \ )$

・A3 の母平均の 95%信頼区間

$\hat{\mu}(A_3) \pm t(\varphi_E, 0.05)\sqrt{\frac{V_E}{n_i}} = ( \ 5.00 \pm t(11,0.05)\sqrt{\frac{1.07}{3}} = 5.00 \pm 1.31 \ )$

・(A3－A1)の母平均の差の点推定

$\hat{\mu}(A_3) - \hat{\mu}(A_1) = \widehat{\mu + a_3} - \widehat{\mu + a_1} = \bar{x}_{3\cdot} - \bar{x}_{1\cdot} = ( \ 5.00 - 2.75 = 2.25 \ )$

・(A3－A1)の母平均の差の 95%信頼区間

$\hat{\mu}(A_3) - \hat{\mu}(A_1) \pm t(11,0.05)\sqrt{\frac{V_E}{n_3} + \frac{V_E}{n_1}} = ( \ 2.25 \pm 2.201 \times \sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) 1.07} = 2.25 \pm 1.74 \ )$

[問題 16]

因子 A　2 水準，因子 B　2 水準を取り上げて，繰り返し 2 回の計 8 回の 2 元配置実験を行い，以下の結果を得た。

| | B1 | B2 |
|---|---|---|
| A1 | 1.0<br>3.0 | 3.0<br>5.0 |
| A2 | 3.0<br>4.0 | 6.0<br>9.0 |

$\sum\sum\sum x = 34.0 \ , \quad \sum\sum\sum x_{ijk}^2 = 186.0$

①データの構造式

$\boldsymbol{x_{ijk} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + \varepsilon_{ijk}}$

②分散分析表による検定

$CT = ( \ \frac{T^2}{N} = \frac{34^2}{8} = 144.5 \ )$

$S_T = ( \ \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{r} x_{ijk}^2 - CT = 186.0 - 144.5 = 41.5 \ )$

$S_A = ( \ \sum_{i=1}^{l} \frac{(A_i\text{水準のデータ和})^2}{A_i\text{水準のデータ数}} - CT = \sum_{i=1}^{l} \frac{T_{i\cdot\cdot}^2}{mr} - CT = \frac{12^2}{4} + \frac{22^2}{4} - 144.5 = 12.5 \ )$

$$S_B = \left( \sum_{j=1}^{m} \frac{(B_j\text{水準のデータ和})^2}{B_j\text{水準のデータ数}} - CT = \sum_{j=1}^{m} \frac{T_{\cdot j\cdot}^2}{lr} - CT = \frac{11^2}{4} + \frac{23^2}{4} - 144.5 = 18.0 \right)$$

$$S_{AB} = \left( \sum_{i=1}^{l} \sum_{j=1}^{m} \frac{(A_iB_j\text{水準のデータ和})^2}{A_iB_j\text{水準のデータ数}} - CT = \frac{4^2}{2} + \frac{8^2}{2} + \frac{7^2}{2} + \frac{15^2}{2} - 144.5 = 32.5 \right)$$

$S_{A\times B} = ( \ S_{AB} - S_A - S_B = 32.5 - 12.5 - 18.0 = 2 \ )$

$S_E = ( \ S_T - S_A - S_B - S_{A\times B} = 41.5 - 12.5 - 18.0 - 2 = 9 \ )$

$\varphi_T = ( \ \text{総データ数} - 1 = N - 1 = 7 \ )$

$\varphi_A = ( \ A\text{の水準数} - 1 = l - 1 = 1 \ )$

$\varphi_B = ( \ B\text{の水準数} - 1 = m - 1 = 1 \ )$

$\varphi_{A\times B} = ( \ \varphi_A \times \varphi_B = 1 \ )$

$\varphi_E = ( \ \varphi_T - \varphi_A - \varphi_B - \varphi_{A\times B} = 4 \ )$

・分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | 分散比 $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| A | ( $S_A = 12.5$ ) | ( 1 ) | ( $V_A = S_A/\varphi_A = 12.5$ ) | ( $V_A/V_E = 5.56$ ) |
| B | ( $S_B = 18.0$ ) | ( 1 ) | ( $V_B = S_B/\varphi_B = 18.0$ ) | ( $V_B/V_E = 8$ ) |
| A×B | ( $S_{A\times B} = 2$ ) | ( 1 ) | ( $V_{A\times B} = S_{A\times B}/\varphi_{A\times B} = 2$ ) | ( $V_{A\times B}/V_E = 0.89$ ) |
| E | ( $S_E = 9$ ) | ( 4 ) | ( $V_E = S_E/\varphi_E = 2.25$ ) | |
| T | ( $S_T = 41.5$ ) | 7 | | |

・判定

棄却域　F(1,4;0.05)=(　7.71　)　F(1,4;0.01)=(　21.2　)

有意水準 5%で有意となるのは因子 B のみ

[問題 17]

因子 A　3 水準，因子 B　3 水準を取り上げて，繰り返し 2 回の計 18 回の 2 元配置実験を行い，以下の結果を得た。括弧内の数値を埋めなさい。

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | 分散比 $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| A | 3.0 | (　3-1=2 ) | ( 3/2=1.5 ) | ( 1.5/0.1=15 ) |
| B | 2.0 | (　3-1=2 ) | ( 2/2=1 ) | ( 1/0.1=10 ) |
| A×B | 1.6 | ( 2×2=4 ) | ( 1.6/4=0.4 ) | ( 0.4/0.1=4 ) |
| E | ( 7.5-3-2-1.6=0.9 ) | ( 17-2-2-4=9 ) | ( 0.9/9=0.1 ) | |
| T | 7.5 | ( 18-1=17 ) | | |

・判定

F(2,9;0.05)=(　4.26　)　　F(2,9;0.01)=(　8.02　)

F(4,9;0.05)=(　3.63　)　　F(4,9;0.01)=(　6.42　)

因子 A,B 共に高度に有意。交互作用 A×B は有意となる。

[問題 18]

因子 A　2 水準，因子 B　3 水準を取り上げて，繰り返し無しの計 6 回の 2 元配置実験を行い，以下の結果を得た。

| | B1 | B2 | B3 | 計 |
|---|---|---|---|---|
| A1 | 1 | 6 | 18 | 25 |
| A2 | 3 | 9 | 22 | 34 |
| 計 | 4 | 15 | 40 | 59 |

$$\sum\sum\sum x_{ijk}^2 = 935.0$$

①データの構造式

$$\boldsymbol{x_{ijk} = \mu + a_i + b_j + \varepsilon_{ij}}$$

②分散分析表による検定

$CT =$ ( $\frac{T^2}{N} = \frac{59^2}{6} = 580.2$ )

$S_T =$ ( $\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2 - CT = 935.0 - 580.2 = 354.8$ )

$$S_A = \left( \sum_{i=1}^{l} \frac{(A_i\text{水準のデータ和})^2}{A_i\text{水準のデータ数}} - CT = \frac{25^2}{3} + \frac{34^2}{3} - 580.2 = 13.5 \right)$$

$$S_B = \left( \sum_{j=1}^{m} \frac{(B_j\text{水準のデータ和})^2}{B_j\text{水準のデータ数}} - CT = \frac{4^2}{2} + \frac{15^2}{2} + \frac{40^2}{2} - 580.2 = 340.3 \right)$$

$S_E =$ ( $S_T - S_A - S_B = 354.8 - 13.5 - 340.3 = 1$ )

$\varphi_T =$ ( 総データ数 $- 1 = N - 1 = 5$ )

$\varphi_A =$ ( $A$ の水準数 $- 1 = l - 1 = 1$ )

$\varphi_B =$ ( $B$ の水準数 $- 1 = m - 1 = 2$ )

$\varphi_E =$ ( $\varphi_T - \varphi_A - \varphi_B = 2$ )

・分散分析表

| 要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方 | 分散比 $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| A | ( $S_A = 13.5$ ) | ( 1 ) | ( $V_A = S_A/\varphi_A = 13.5$ ) | ( $V_A/V_E = 27$ ) |
| B | ( $S_B = 340.3$ ) | ( 2 ) | ( $V_B = S_B/\varphi_B = 170.15$ ) | ( $V_B/V_E = 340.3$ ) |
| E | ( $S_E = 1$ ) | ( 2 ) | ( $V_E = S_E/\varphi_E = 0.5$ ) | |
| T | ( $S_T = 354.8$ ) | ( 5 ) | | |

・判定

F(1,2;0.05)=(　18.5　)　　F(1,2;0.01)=(　98.5　)

F(2,2;0.05)=(　19.0　)　　F(2,2;0.01)=(　99.0　)

因子 A は有意，因子 B は高度に有意となる。

・最適水準

母平均の点推定値が最大となる水準の組合せ　(　A2B3　)

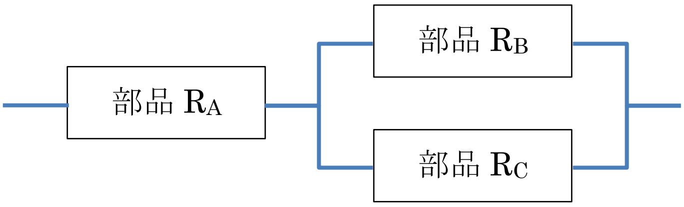
その点推定値は,

$\hat{\mu}(A_2B_3) = \mu + \widehat{a_2 + b_3} = \widehat{\mu + a_2} + \widehat{\mu + b_3} - \hat{\mu} = \bar{x}_{2\cdot} + \bar{x}_{\cdot 3} - \bar{\bar{x}} = 11.33 + 20 - 9.83 = 21.5$

[問題 19]

信頼度が各々 $R_A$＝0.99，$R_B$=0.97，$R_C$=0.95 の 3 つの部品がある。これらの部品を次のシステムⅠ，システムⅡに配置したときの信頼度を算出しなさい。

(1) システムⅠの配置：信頼度＝（　0.9885　）




算出式：$R_A \times [1 - \{(1 - R_B) \times (1 - R_C)\}] = 0.99 \times \{1 - (1 - 0.97) \times (1 - 0.95)\}$

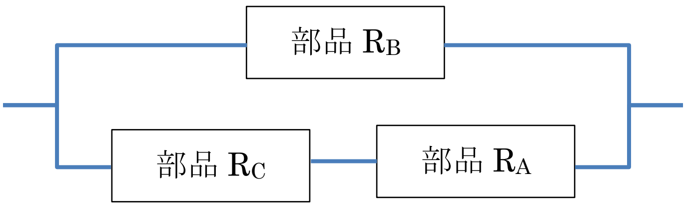
$= 0.99 \times \{1 - (0.03 \times 0.05)\}$

$= 0.99 \times \{1 - 0.0015\}$

$= 0.99 \times 0.9985$

$= 0.988515 \rightarrow 0.9885$

(2) システムⅡの配置：信頼度＝（　0.9982　）




算出式：$1 - \{(1 - R_B) \times (1 - R_C \times R_A)\} = 1 - (1 - 0.97) \times (1 - 0.95 \times 0.99)\}$

$= 1 - 0.03 \times (1 - 0.9405)$

$= 1 - 0.03 \times 0.0595$

$= 1 - 0.001785$

$= 0.998215 \rightarrow 0.9982$