QC検定2級　受験前講習会

6. 補足資料

サンプリング、抜取検査、管理図、信頼性、計数値の確率分布

会津オリンパス株式会社
古川　英嗣

手法編のその他の手法について

手法分類	2021/3	2021/9	2022/3	2022/9	2023/3	2023/9	2024/3	2024/9
①ｻﾝﾌﾟﾘﾝｸﾞ	●	●				●		
②抜取検査		●	●	●	●	●		●
③信頼性	●		●	●			●	●
④管理図	●	●		●	●		●	
⑤計数値の確率分布	●	●				●		
上記手法の出題問題数	**22**	**16**	**18**	**17**	**17**	**21**	**15**	**16**

・手法編の内、2割～3割程度は上記手法に関係する問題(あくまで過去の傾向)

・これまでに解説したような複雑な計算式を使う問題は少ない(概念や用語の理解)

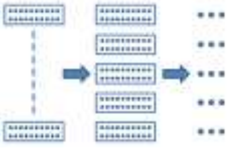
・計算式を使う問題だけではなく、上記手法の理解も深めておく必要がある

①サンプリング

サンプリング：母集団からサンプルをとること。

単純ランダムサンプリング(無作為抽出)：母集団からサンプルをとる全ての組み合わせが、同じ確率で採取されるサンプリング法。母集団全体からランダムに抽出する。

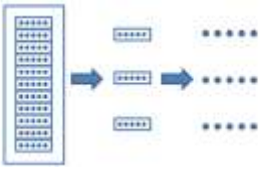
2段サンプリング：サンプリングを2段階に分けて行う方法。まず1次単位をランダムサンプリングし、選ばれた1次単位から2次単位をランダムサンプリングする。
　例：N=100個ずつみかんが入った箱がM=200箱ある。この中からm=10箱ランダムに抜き取り、各箱の中からn=5個ずつみかんを抜き取って調査した。



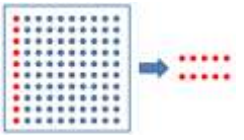
層別サンプリング：母集団をいくつかの層に分け、各層からサンプリングする方法。各層内のばらつきが小さくなるように層を設定する。
　例：ある部品を3交代勤務で製造している(20個/勤務)。勤務時間ごとに部品を層別し、それぞれの層から3個抜き取って調査した。

①サンプリング

集落サンプリング（クラスター・サンプリング）：
ランダムに1次単位(集落)をサンプリングして、選ばれた1次単位にふくまれる2次単位を全て調査する方法。集落間のばらつきは小さく、集落内のばらつきは大きくなるように設定する。
　例：N=100個ずつみかんが入った箱がM=200箱ある。この中からm=10箱ランダムに抜き取り、各箱の中のみかんを全て調査した。



系統サンプリング：生産順など順に並んだ品物を一定間隔ごとにサンプリングする方法。
　例：100個/日製造している部品がある。部品を製造した順番に並べ、10個間隔で抜き取って調査した。



②抜取検査

抜取検査：対象となるロットから、あらかじめ定められた抜取検査の方式によって、サンプルを抜き取って、測定、試験などを行い、ロットの合否判定基準を比較して、そのロットの合格・不合格を判定するもの。

抜取検査のねらい：供給者(生産者)と購入者(消費者)が相互に合意した品質水準以上の品質で供給者が製品を納入していることを確かめ、合格可能な品質のロットを購入者が受け入れるようにするため。

5

②抜取検査

抜取検査の種類

計数値抜取検査：抜き取ったサンプルの不適合品の数や不適合数などの計数値を扱う抜取検査。

計量値抜取検査：抜き取ったサンプルから得られた特性値の平均値や標準偏差などの計量値を扱う抜取検査。

規準型抜取検査：生産者危険(α)と消費者危険(β)を、一定の小さな値に設定して、売り手と買い手の両方を保護しようとする検査。

選別型抜取検査：定められた抜取検査で、合格となったときはそのまま受け入れるが、不合格となったときは全数選別して発見された不適合品を適合品と取り換える手順が組み込まれている検査。

調整型抜取検査：連続ロットに対し、検査の実績で検査のキビシサを調整する検査。合格品質水準AQLを設定する。

一回抜取検査：検査ロットから1回のサンプリングの調査によって、ロットの合格・不合格を判定する検査。いくつかある抜取方式のうちの一つ。

6

計数規準型一回抜取検査：計数値の基準型一回抜取検査。JIS Z9002。

②抜取検査

抜取検査問題の出題傾向

	出題内容
2018/9	計数規準型一回抜取検査【抜取り検査表+OC曲線】
2019/3	計数規準型一回抜取検査【抜取り検査表】
2019/9	計数規準型一回抜取検査【抜取り検査表】
2020/9	出題無し
2021/3	出題無し
2021/9	計数規準型一回抜取検査【抜取り検査表】
2022/3	計数規準型一回抜取検査【OC曲線】
2022/9	抜取り検査方式の概論　(計算問題無し)
2023/3	計数規準型一回抜取検査　(検査の手順;計算無し)
2023/9	計数規準型一回抜取検査【抜取り検査表】
2024/3	出題無し
2024/9	出題無し
2025/3	計数規準型一回抜取検査【抜取り検査表】

2級はほぼ計数規準型一回抜取検査
まずはこの検査方式の使い方を確実にマスターする

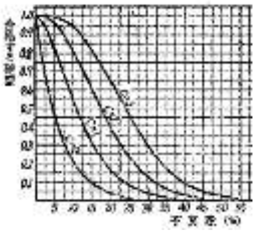
②抜取検査

テキストP.238～246

計数規準型一回抜取検査とは？

・抜取検査表(JIS Z9002)

OC曲線

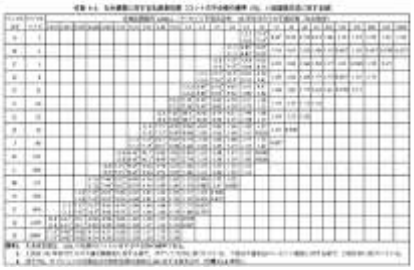


上記のような表、グラフを使うもの
表、グラフから適切な情報を読み取る

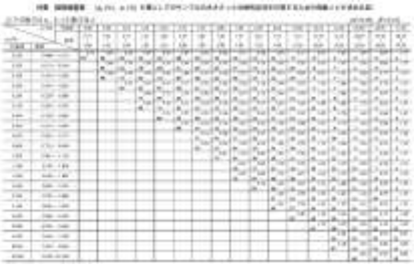
②抜取検査

計数基準型一回抜取検査とは？

調整型抜取検査



計量規準型一回抜取検査



検査方式が変わると使用する表が変わる。

9

②抜取検査

抜取検査の用語の定義

サンプルサイズ：ロットから抜き取って調査するサンプルの数

合格判定個数(c)：計数値抜取検査における、合格判定の基準となる不適合品数。サンプル中の不適合品数がこの数以下の場合、そのロットは合格判定となる。

合格判定値：計量値抜取検査における、合格判定の基準となる限界値。

不適合品率(p)：検査するロットの不適合品率

生産者危険(α)：不適合品率p_0のような品質の良いロットが(サンプル中のばらつきによって)不合格となる確率。

消費者危険(β)：不適合品率p1のような品質の悪いロットが合格となる確率。

OC曲線：抜取検査方式の特性を表す為、ロットの不適合品率に対してその抜取検査で合格になる確率を示した曲線。

10

②抜取検査

抜取検査表の使い方(計数規準型一回抜取検査　JIS Z9002)

計数基準型一回抜取検査では、$\alpha \fallingdotseq 0.05$、$\beta \fallingdotseq 0.10$を基準とした付表が与えられており、P0とP1を指定することで、抜取検査方式(サンプルn、合格判定個数c)を設定できる。

検査の手順:

手順1　品質基準をきめる

手順2　なるべく合格させたいロットの不適合品率の上限 p_0,なるべく不合格としたいロットの不適合品率の下限p_1の値を指定する(通常問題中で指定される)

手順3　ロットを形成する

手順4　サンプルサイズと合格判定個数を求める(抜取検査表を使用)

手順5　サンプルをとる

手順6　サンプルを調べる

手順7　合格・不合格の判定を下す

手順8　ロットを処置する

②抜取検査

手順4の詳細

計数規準型一回抜取検査　JIS Z9002　(一部)

p_1(%) / p_0(%)	0.71～0.90	091～1.12	1.13～1.40	1.41～1.80	1.81～2.24
0.090～0.112	＊	400　1	↓	←	↓
0.113～0.140	＊	↓	300　1	↓	
0.141～0.180	＊	500　2	↓	250　1	↓
0.181～0.224	＊	＊	400　2	↓	200　1

抜取検査方式

例:p_0=0.1(%) , p_1=1.0(%) が指定された場合

抜取検査方式 ⇒ n＝400　c=1

400個検査して
1個の不適合;合格
2個以上の不適合;不合格

②抜取検査

手順4の詳細

計数規準型一回抜取検査 JIS Z9002 **（一部）**

p_1(%) / p_0(%)	0.71～0.90	091～1.12	1.13～1.40	1.41～1.80	1.81～2.24
0.090～0.112	＊	400 **1**	↓	←	↓
0.113～0.140	＊	↓	300 **1**	↓	←
0.141～0.180	＊	500 **2**	↓	250	
0.181～0.224	＊	＊	400 **2**	↓	**200 1**

抜取検査方式

例：p_0=0.110(%)，p_1=1.79(%) が指定された場合

抜取検査方式 ⇒ n＝300 c=1

300個検査して
1個の不適合；合格
2個以上の不適合；不合格

13

②抜取検査

抜取検査表の使い方(計数規準型一回抜取検査 JIS Z9002)

ポイント

・抜取検査表は、 **α ≒0.05、β ≒0.10の基で**抜取検査方式(サンプルサイズ+合格判定個数)を求める為の表。

・なるべく合格させたいロットの不適合品率の上限 p_0,なるべく不合格としたいロットの不適合品率の下限p_1はいくつか読み取れること。

・抜き取るサンプルサイズ、合格判定個数はいくつか読み取れること。

14

②抜取検査

OC曲線とは？

所定の抜取検査方式(サンプルサイズn、合格判定個数c)の基での、α、β、p0、p1の関係を表したグラフ。

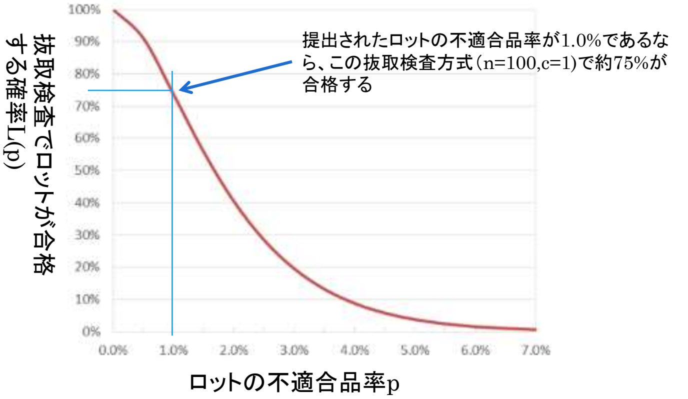
- α、βを変更した場合に、p0、p1がどのように変化するか分かる
- 同様に、p0、p1を変更した場合に、α、βがどのように変化するか分かる
- サンプルサイズnを変化させたとき、α、β、p0、p1がどのように変化するか分かる
- 合否判定個数cを変化させたとき、α、β、p0、p1がどのように変化するか分かる

15

②抜取検査

OC曲線の読み方

例：抜取検査方式　n=100 , c=1　のOC曲線



16

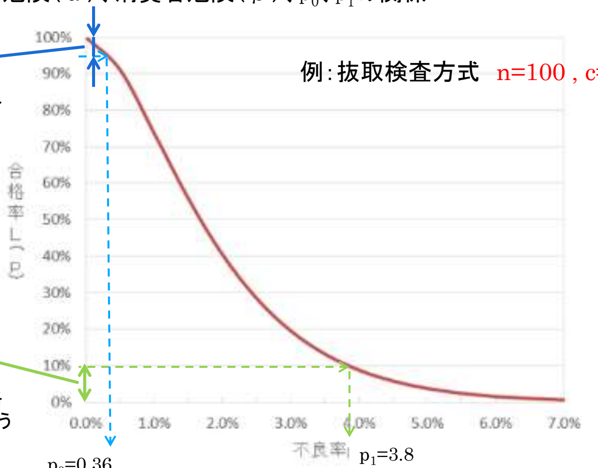
②抜取検査

OC曲線の読み方

生産者危険（α）、消費者危険（β）、p_0、p_1の関係

例：抜取検査方式　n=100 , c=1　のOC曲線

α=0.05
品質のいいロットが不合格となってしまう確率



ß=0.10
品質の悪いロットが合格となってしまう確率

p_0=0.36
なるべく合格させたいロットの不適合品率(これ以上良いものはできるだけOKにしたい)

p_1=3.8
なるべく不合格とさせたいロットの不適合品率(これ以上悪いものはできるだけNGになってほしい)

n=100 , c=1　のOC曲線

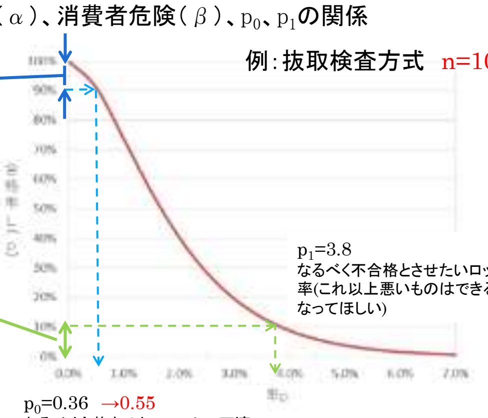
②抜取検査

OC曲線の読み方

生産者危険（α）、消費者危険（β）、p_0、p_1の関係

例：抜取検査方式　n=100 , c=1　のOC曲線

α=0.05　→0.10
品質のいいロットが不合格となってしまう確率



p_1=3.8
なるべく不合格とさせたいロットの不適合品率(これ以上悪いものはできるだけNGになってほしい)

ß=0.10
品質の悪いロットが合格となってしまう確率

p_0=0.36　→0.55
なるべく合格させたいロットの不適合品率(これ以上良いものはできるだけOKにしたい)

・α（β）を変更すると、p0(p1)も変化する

・同様に、p0(p1)を変更すると、α（β）も変化する

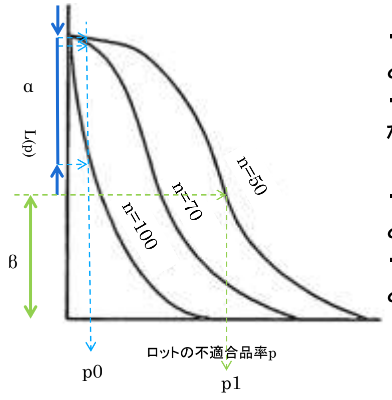
②抜取検査

OC曲線の読み方

抜取検査方式との関係

合格判定個数cを一定として、nを変化させた場合

⇒nが小さくなるほどグラフは右に動く(＝不適合品率pの合格確率L(p)は高くなる)



・p0を一定としたとき、nが小さくなるほど、α は小さくなる
・逆に、α を一定としたとき、nが小さくなるほど、p0は大きくなる

・p1を一定としたとき、nが小さくなるほど、β は大きくなる
・ β を一定としたとき、nが小さくなるほど、p1も大きくなる

19

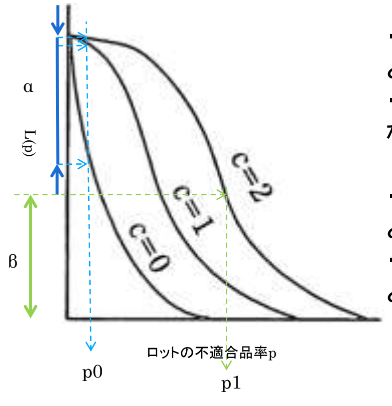
②抜取検査

OC曲線の読み方

抜取検査方式との関係

サンプルサイズnを一定として、cを変化させた場合

⇒cが小さくなるほどグラフは左に動く(＝不適合品率pの合格確率L(p)は低くなる)



・p0を一定としたとき、cが小さくなるほど、α は大きくなる
・逆に、α を一定としたとき、cが小さくなるほど、p0は小さくなる

・p1を一定としたとき、nが小さくなるほど、β は小さくなる
・ β を一定としたとき、nが小さくなるほど、p1も小さくなる

20

③信頼性

テキストP.301～

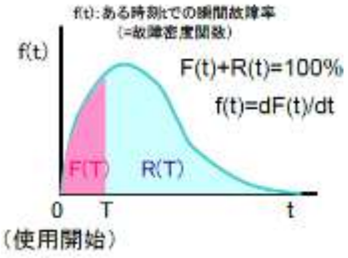
信頼性「規定の機能と性能を保持する時間的安定性を表す度合い」

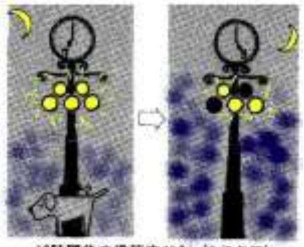
信頼性の三要素

- **耐久性**：壊れにくさ（寿命）
- **保全性**：修理のしやすさ
- **設計信頼性**：信頼性のための設計技術（安全に壊れる、壊されにくい）

信頼性を表す尺度

◆**信頼度** R(t)：アイテムが与えられた条件の下で、与えられた時間間隔に対して、要求機能を実行できる確率
◆**不信頼度** F(t)：信頼度の対義語




10時間後の信頼度60%（3/5点灯）

一定時間後に何%壊れるか？⇒F(t)
一定時間後に何%壊れないでいるか？⇒R(t)

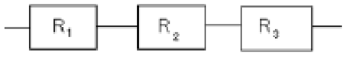
21

③信頼性

信頼性を表す尺度

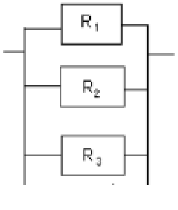
◆**システム全体の信頼度**：個々のアイテムにおける信頼度と全体の信頼度の関係を表現した図を“**信頼性ブロック図**”という。<u>直列モデル</u>と<u>並列モデル</u>がある。

<u>直列モデル</u>：どれか一つが故障するとシステム全体が故障する



$$R=R_1\times R_2\times\cdots\times R_n$$

<u>並列モデル</u>：一部が故障してもシステム全体は故障しない



$$R=1-\{(1-R_1)\times(1-R_2)\times\cdots\times(1-R_n)\}$$

22

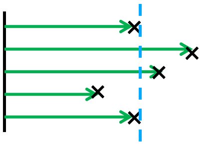
演習問題
[問題19]

23

③信頼性

信頼性を表す尺度

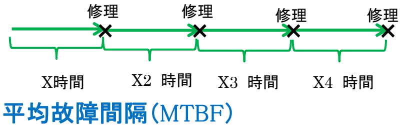
◆**平均故障時間**(MTTF) ：使用開始から最初の故障までの時間の平均



平均故障時間(MTTF)

例)電球が消灯するまでの時間：50,80,70,30,50 [ヶ月]
MTTF=56ヶ月

◆平均故障間隔(MTBF)：故障と故障の時間間隔の平均



平均故障間隔(MTBF)

例)自転車を修理しながら乗り続けた場合の、各修理までの期間：50,80,70,30,50 [日]
MTBF=56 日

24

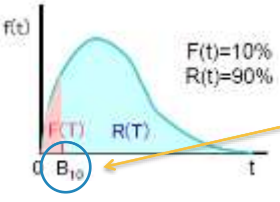
③信頼性

信頼性を表す尺度

◆アベイラビリティ：稼働時間+修理時間のうち、稼働時間の割合を示したもの。稼働率。

アベイラビリティ＝MTBF/{（MTBF）+（平均修理時間）}

◆B10ライフ：使用開始からアイテム全体の10%が壊れるまでの時間。



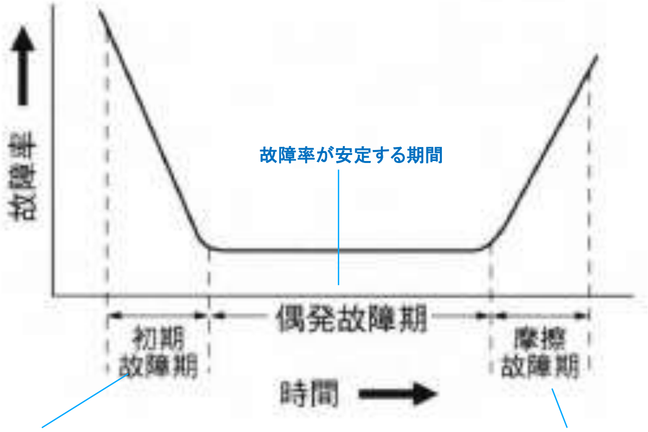
信頼度R(t)が90%となるときの時間
＝不信頼度F(t)が10%となるときの時間

25

③信頼性

故障率曲線(バスタブ曲線)

製品の一般的な故障率の推移



初期は故障率が高いが、時間の経過とともにに故障率は小さくなる

摩耗によって故障率が増加する期間

26

③信頼性

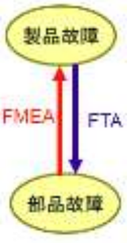
寿命試験

ワイブル分布:製品のある故障の発生状況を表すことができる分布

ワイブル解析:ワイプル分布を想定し、各種ワイブル確率紙を用いて、故障の発生状況をグラフ化して解析する手法

故障防止の手法

FMEA:種々のアイテムの故障に対して、これらの相互関係に着目し、最終的にはシステム全体としての故障を未然に防止することを目的とする手法



FTA:製品の故障等、好ましくない不具合事象からその要因を逐次下位レベルに樹形図的に展開し、不具合事象とその要因の関係を把握する手法

フールプルーフ:誤った操作をしても、正常な動作を続けられる、またはそのような操作が不可能な設計

フェイルセーフ:故障が発生した場合にも、常に安全側にその機能が作用する設計

27

④管理図

管理図問題の出題傾向

過去の試験の出題内容			
2018/3	Xbar-R管理図	CL,UCL,LCLの算出	
2019/9	Xbar-R管理図	用語の定義	グラフの見方
2020/9	Xbar-R管理図	CL,UCL,LCLの算出	
2021/3	P管理図	CL,UCL,LCLの算出	
2021/9	Xbar-R管理図	管理図の種類	群内変動/群間変動の計算
2022/3	出題無し		
2022/9	np管理図	管理図の種類の選択問題	
2023/3	c管理図	CL,UCL,LCLの算出	
2023/9	出題無し		
2024/3	Xbar-R管理図	CL,UCL,LCLの算出	
2025/3	出題無し		

用語の定義、グラフの見方、管理図の種類といった点を抑えておく

28

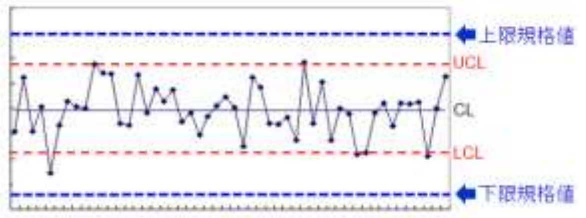
④管理図

テキストP.192～

工程で製造される製品・部品は、絶えずばらつきが生じている

ばらつきの原因
①**偶然原因**：技術水準や経済性からみても避けられないもの
②**異常原因（見逃せない原因）**：定められた基準を守らなかったり、基準が不備などによって生じるもの

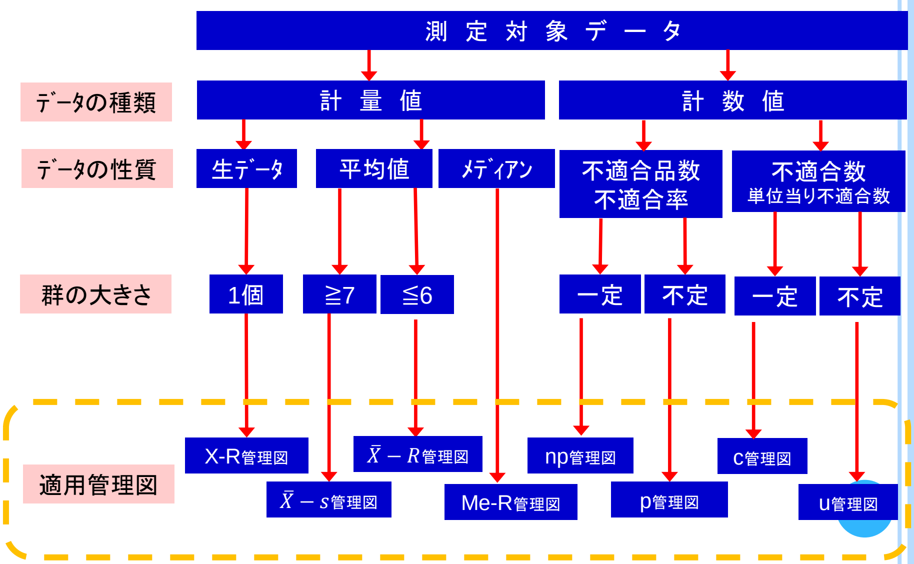
工程が、偶然原因によるばらつきのみの状態**(統計的管理状態)**なのか、異常なのかを**合理的に判断する基準**。統計的に、合理的に決められた管理線を記入した折れ線グラフ(管理図)で判断する。



29

④管理図

管理図の種類



④管理図

管理図の構成(例:$\bar{X}-R$管理図)

・データ

郡内の平均値　郡内の範囲

no.	1	2	3	4	$\bar{X}$	R
1	6.8	7.2	6.9	8.0	7.23	1.2
2	7.4	7.9	7.5	7.6	7.60	0.5
・	・	・	・	・	・	・
				平均	7.445	0.66

群:管理図1プロット分のデータの集まり

個々の測定データ

$\bar{X}$の中心線CL($\bar{\bar{X}}$)　Rの中心線CL($\bar{R}$)

・管理限界線の計算式

$\bar{X}$管理図

$$CL=\bar{\bar{x}}$$
$$UCL=\bar{\bar{x}}+A_2\bar{R}$$
$$LCL=\bar{\bar{x}}-A_2\bar{R}$$

R管理図

$$CL=\bar{R}$$
$$UCL=D_4\bar{R}$$
$$LCL=D_3\bar{R}$$

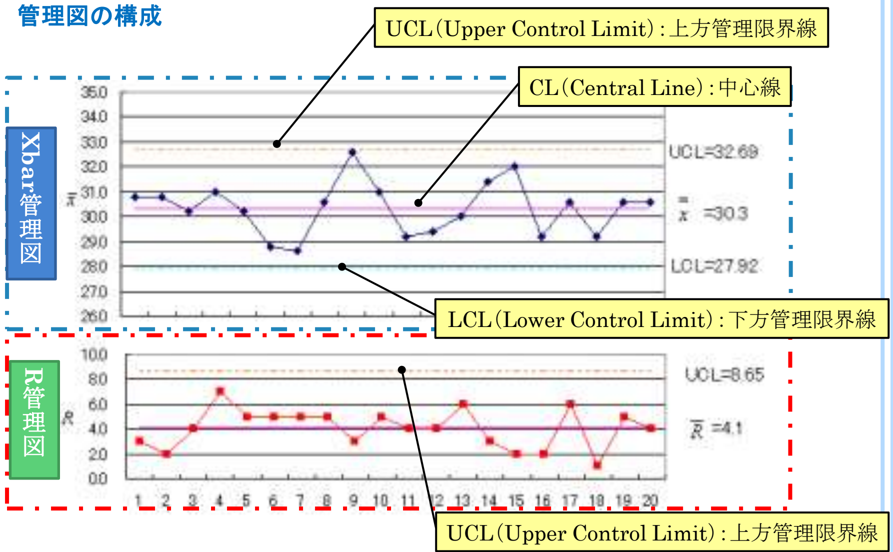
係数表

n	A2	D3	D4
4	0.729	-	2.282
5	0.577	-	2.114
6	0.483	-	2.004

31

④管理図

管理図の構成



※群の大きさによってR管理図のLCLは存在しない(”0”)になるケースがあります。

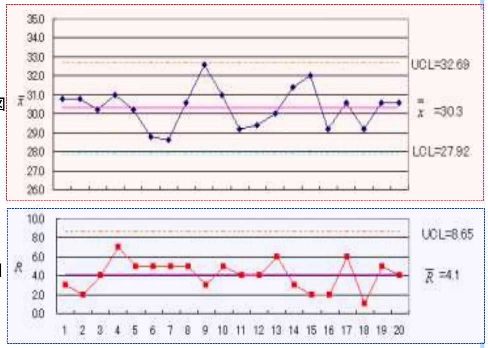
④管理図

管理図の意味

Xbar-R管理図はその名の通り、2種類の管理図の組み合わせ。それぞれから読み取れる情報は異なります。

2つの管理図は何を表しているか？

変動	R管理図	Xbar管理図
群間	―	●
群内	●	●



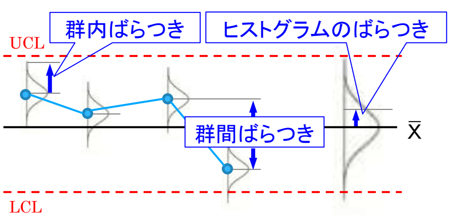
＜R管理図＞
群内変動が安定しているか否か判断できます。

＜Xbar管理図＞
群内変動＋群間変動を表しています。よって、R管理図で群内変動が安定状態であることを確認できれば、Xbar管理図で群間変動が安定しているか否か判断できます。逆に言えば、R管理図で群内変動の安定が確認できない場合は、Xbar管理図から群間変動の判断は行えません。

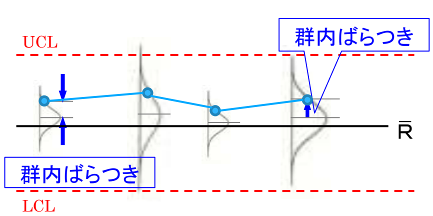
④管理図

偶然原因によるバラツキ：群内変動σ_w (within)
異常原因によるバラツキ：群間変動σ_b (between)

Xbar管理図



R管理図



群内変動の推定値 $\hat{\sigma}_w = \dfrac{\bar{R}}{d_2}$ ← **管理図の係数表から代入**

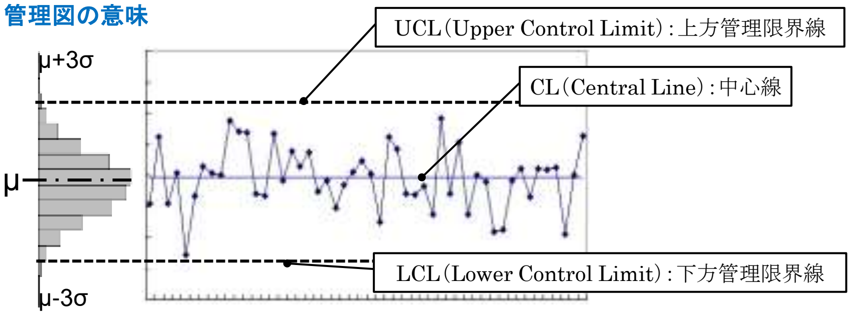
群間変動の推定値 $\hat{\sigma}_b = \sqrt{\sigma_{\bar{X}}{}^2 - \dfrac{\hat{\sigma}_w{}^2}{n}}$

ただし、

$$\sigma_{\bar{X}}{}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})}{k-1}$$

④管理図

管理図の意味



管理限界線の意味

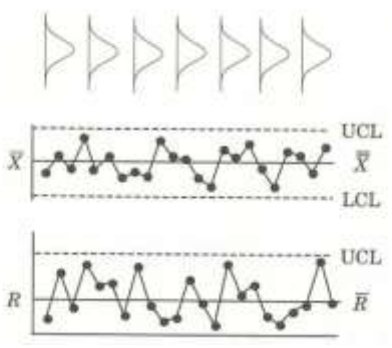
管理限界線は平均値±3σの位置に設定される(3σ法)。工程が偶然誤差のみであれば、管理限界線の外に打点される可能性は約0.3%となる。これを第一種の誤りα=0.3(工程が正常なのに、異常と誤判定する誤り)と表す。

一方で、αを小さくすると、第2種の誤り(異常なのに正常と誤判定する誤り)βが大きくなる。これを防ぐため、管理限界線内であっても点の並び方にクセがある場合は、異常と判定する。

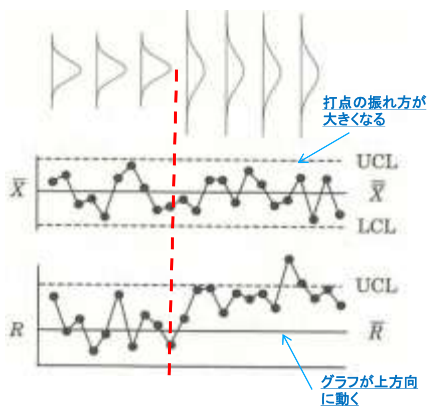
35

④管理図

管理図の見方



【安定状態(統計的管理状態)】
工程が安定(工程平均、群内変動も変化しない)状態にあっても、管理図上の点は偶然原因によってばらつく。管理限界外れや異常な傾向は現れない。

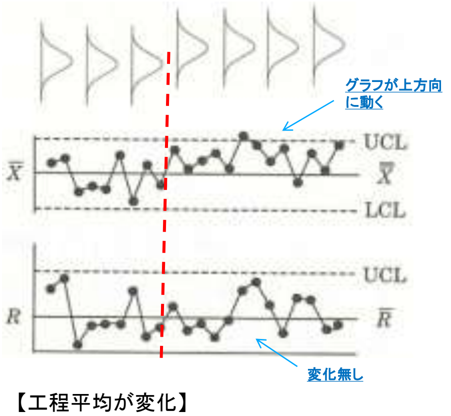


【群内変動が変化】
群内変動が大きくななると、それに影響して群間変動が大きくなってしまう為、Xbar管理図、R管理図両方に傾向が表れる。

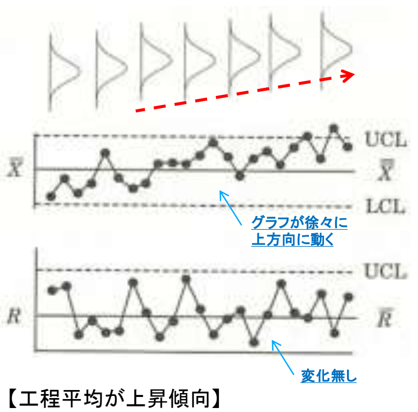
36

④管理図

管理図の見方



【工程平均が変化】
群内変動は変わらず工程平均が上がった場合(群間変動がある場合)、R管理図の変化はなく$\bar{X}$管理図傾向が表れる

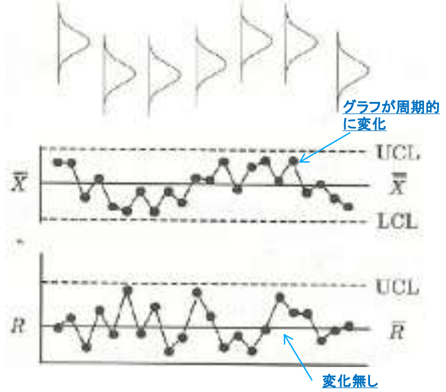


【工程平均が上昇傾向】
群内変動は変化せず、工程平均が上昇・下降の変化をするとき(群間変動がある場合)、R管理図は安定状態を保つが、$\bar{X}$管理図は上昇・下降の傾向を示す。

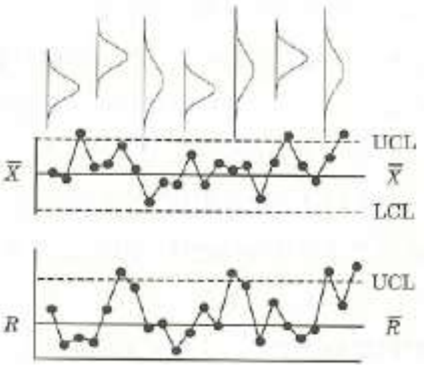
37

④管理図

管理図の見方



【工程平均が周期的に変化】
群内変動は変化せず、工程平均が周期的に変化するとき(群間変動あり)、R管理図は安定状態を保つが、$\bar{X}$管理図は周期的変化をする。



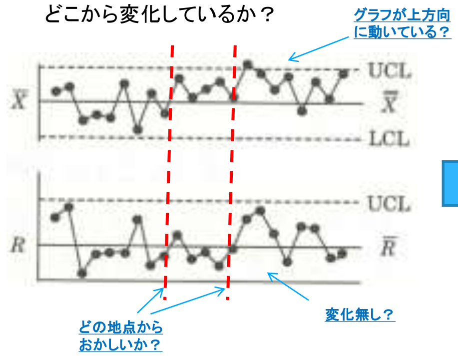
【工程平均と群内変動が共に変化】
郡内変動と工程平均が共に変化するとき、$\bar{X}$管理図、R管理図共に管理限界外れが生じる。

38

④管理図

管理図の見方

どこから変化しているか？



どれくらい変化すれば、異常と判定するか？

⇒管理図の判定ルール (JIS)で判断

管理限界線(UCL,LCL)があるのに、判定ルールがある理由

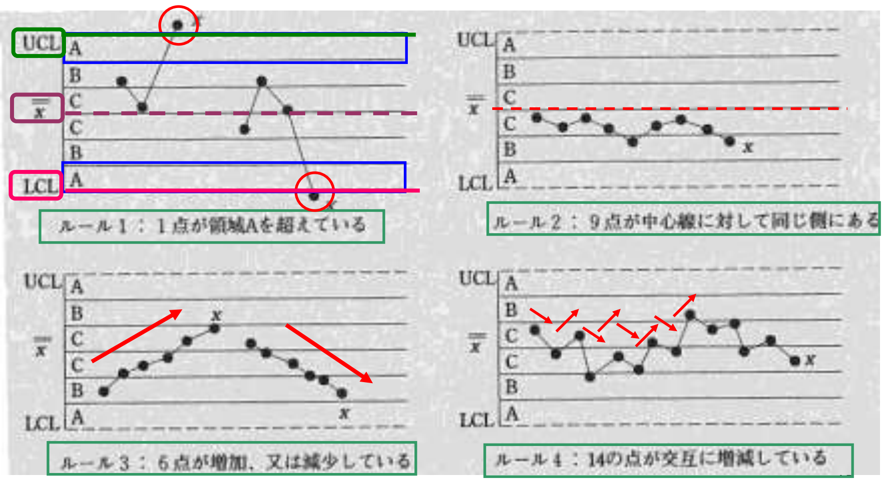
管理限界線を超えると、当然異常有りと判定される。しかし、その判定方法のみでは、十分では無い。理由は、異常なものを良しとしてしまう確率(β)が高くなってしまうから。

このバランスをとる為に、管理限界線内であっても点の並び方にクセがある場合は、異常と判定する。(詳細は前述した「管理限界線の意味」参照)

39

④管理図

判定のルール(JIS Z9021)

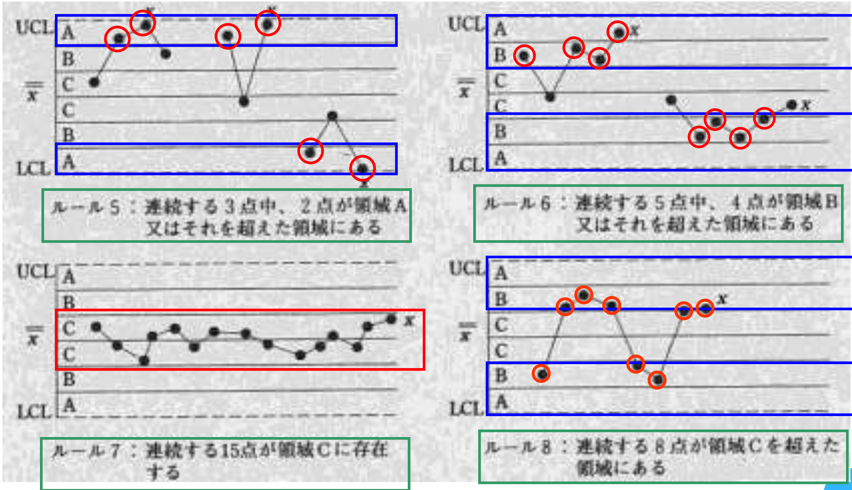


領域A：CL±1σ　　領域B：CL±2σ　　領域C：CL±3σ

40

④管理図

判定のルール(JIS Z9021)



41

④管理図 **管理図の構成(例:*np*管理図)**

群(k):1ロット分のデータの集まり

群番号	群の大きさ n	不良件数(np)
1	200	11
2	200	9
:	:	:
:	:	:
30	200	8
合計	6,000	303

総検査個数(kn)　　総検査個数(kn)

・平均不良率 $\bar{p}$ の計算

$$\bar{p} = \frac{\sum np}{kn} = \frac{総不良個数}{総検査個数} = \frac{303}{6{,}000} = 0.0505$$

・管理限界線の計算式

$$CL = n\bar{p} = 0.0505 \times 200 = 10.1$$

$$UCL = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} = 10.1 + 3 \times \sqrt{10.1 \times (1-0.0505)} = 19.39$$

$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} = 10.1 - 3 \times \sqrt{10.1 \times (1-0.0505)} = 0.81$$

42

④管理図　管理図の構成(例:c管理図)

■ ある書店における、3月の営業26日間で発生した文庫本の欠品件数を表に示す。
最近の欠品件数の傾向を調査するため、c管理図を作成する。

群(k):営業日ごとのデータの集まり

群番号	月日	不適合数
1	3/1(火)	7
2	3/2(水)	11
:	:	:
:	:	:
26	3/31(木)	4
合計		174

不適合数の合計

・平均不適合数 $\bar{c}$ の計算

$$\bar{c} = \frac{\sum c}{k} = \frac{\text{不適合数の合計}}{\text{群の数}} = \frac{174}{26} = 6.692$$

・管理限界線の計算式

$$CL = \bar{c} = 6.692$$

$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 6.692 + 3 \times \sqrt{6.692} = 6.692 + 7.761 = 14.453$$

$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 6.692 - 3 \times \sqrt{6.692} = 6.692 - 7.761 = -1.069$$

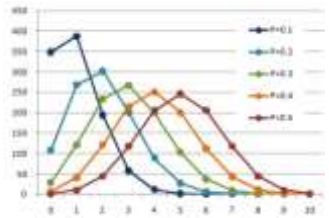
c管理図では、LCLがマイナスとなった場合は、「示されない」こととする

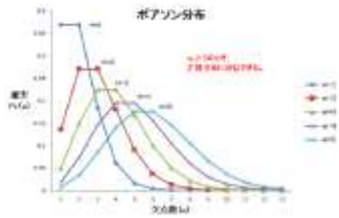
43

⑤二項分布とポアソン分布

二項分布:不良個数が従う分布
　　検査個数n, 不良品数x,良品数n-x
　　B(n,P)　P:母不良率
　　統計量　p=x/n　x:不良品数

ポアソン分布:欠点数が従う分布
　　検査個数n,欠点数x
　　P(nλ)　λ:母欠点数
　　1単位あたりの欠点数　λ=T/n　T:総欠点数





44

⑤計数値の検定

テキストP.134～

二項分布，ポアソン分布を検定する場合、**多くは正規分布に近似させて取り扱う**。但し、正規分布に近似させるには条件がある。さらに、近似方法も複数ある。

正規分布の近似条件

[二項分布]　$np \geqq 5$ かつ $n(1-p) \geqq 5$ のとき

[ポアソン分布]　$\lambda \geqq 5$ のとき

正規近似の種類(近似しない場合も含む)

	二項分布	ポアソン分布
正規近似の種類	直接近似	直接近似
	ロジット変換による近似	対数変換による近似
	逆正弦変換による近似	平方根変換による近似
正規近似しない方法	直接確率計算による方法 (正規近似せずに、確率を計算するやり方)	

※ポイントは近似方法が複数あるということ。実際の計算は難しいので、

2級では直接近似と直接確率計算のみ抑えておけば十分だと思います。

45

⑤計数値の検定　直接確率計算による方法

工程の不良率が30%より小さいか否か検定を行うため、工程からn=25個のサンプルをランダムに抽出して、不良個数xを調べたら、不良個数x=3であった。

・仮説の設定

帰無仮説　$H_0 : P = P_0 (=0.30)$

対立仮説　$H_1 : P < P_0$

有意水準　α=0.05とする

検定の基本的な考え方に立てば、H_0が正しいとした下で$x \leqq 3$となる確率を計算して、それをαと比べることにより有意か否かを判定すればよい。

※本来であれば、正規近似条件に合致するので、近似して計算するが、
この例題ではあえて近似しない方法を解説する。

46

⑤計数値の検定　直接確率計算による方法

・x=3となる確率を計算する

二項分布における確率計算の公式

$\boxed{f_r = \Pr(x=r) = {}_n\mathrm{C}_r P^r (1-P)^{n-r}}$ $(r = 0,1,2,\cdots,n)$

${}_n\mathrm{C}_r = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$ $\boxed{\begin{array}{l} n! = n(n-1)\cdots 3\cdot 2\cdot 1 \\ 0! = 1 \end{array}}$

※式の意味は、n個抜き取ってr個だけ不良が出るときのパターンが何通りあるかを計算している。
※Pは出現率を表しているから、例題の場合は0.30(不良率30%)となる

$\mathrm{P} = 0.3$

$1-\mathrm{P} = 1-0.3 = 0.7$

<u>例題の数値n=25,P=0.30,r=不良数(0,1,2,3)を代入して計算する</u>

不良が3である確率

$${}_n\mathrm{C}_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{25!}{3!\,(25-3)!} = \frac{25\times 24\times 23\times \cancel{22}\times\cdots\times \cancel{2}\times \cancel{1}}{3\times 2\times 1\times \cancel{22}\times \cancel{21}\times\cdots\times \cancel{2}\times \cancel{1}} = 2300$$

$$f_r = \Pr(x=r) = {}_n\mathrm{C}_r P^r (1-P)^{n-r}$$

$$= 2300\times 0.3^3 \times (0.7)^{25-3}$$

$$= 0.024279988\cdots \rightarrow 0.02428$$

不良が0である確率　*不良が1個である確率*　*不良が2個である確率*

$f_0 = \Pr(x=0) = 0.00013$, $f_1 = \Pr(x=1) = 0.00144$, $f_2 = \Pr(x=2) = 0.00739$

47

⑤計数値の検定　直接確率計算による方法

先の計算結果より不良が3個以下である確率は、

$$\Pr(x \le 3) = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 = 0.03324$$

これは、α=0.05より小さい確率の為、有意であり、H_0は棄却される。

このような計算の仕方を、**<u>直接確率計算による方法</u>**という。

問題集等では、あまり出題されていないが、2016年3月、2018年3月の試験に上記方法による問題が出題された。

48

⑤計数値(二項分布)の検定　直接近似

従来の不良率が7%の工程に対し，改善後の効果を見るために500個の試作を実施したところ，不良品が28個であった。従来から改善しているといえるか？

対策後の母不良率＝P
従来の母不良率=P_0(=0.07)

・仮説の設定

帰無仮説　$H_0: P = P_0$
対立仮説　$H_1: P < P_0$
有意水準　α=0.05とする

・検定統計量の計算

$\mathrm{p} = \frac{x}{n} = \frac{28}{500} = 0.056$　　　$p \sim N(P, \frac{P(1-P)}{n})$

正規近似の条件に合致しているので、
不良率Pは**ほぼ**$N(P, \frac{P(1-P)}{n})$の正規分布に従うと考えてよい
検定統計量の分布が分かれば、あとは計量値の検定と同じように計算可能。

49

⑤計数値(二項分布)の検定　直接近似

・検定統計量の計算(標準化)

$$u_0 = \frac{p - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} = -1.218$$

※標準化の基本式

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$
$$u = \frac{X - E(X)}{\sqrt{V(X)}} = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

・判定

$u_0 < -1.645$

となり，H0は棄却されない。従って，従来の母不良率に対し低減したとは言えない。

・点推定

$\hat{P} = p = \frac{x}{n} = 0.056$

・区間推定

$\mathrm{p} \pm u(0.05)\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0.056 \pm 0.0202$

50

⑤計数値(ポアソン分布)の検定　直接近似

ある製品のキズの発生状況は，1枚あたり5.03個であった。工程の改善後の効果を見るために500枚の試作を実施したところ，1枚あたり4.112個であった。従来から改善しているといえるか？

対策後の母欠点数＝λ
従来の母欠点数=λ_0(=5.03)
(1単位=製品1枚)

・仮説の設定
帰無仮説　$H_0: \lambda = \lambda_0$
対立仮説　$H_1: \lambda < \lambda_0$
有意水準　α=0.05とする

・検定統計量の計算
$\hat{\lambda} = \frac{T}{n} = 4.112$　　　$\lambda \sim N(\lambda, \frac{\lambda}{n})$

正規近似の条件に合致しているので、
欠点数λは**ほぼ**$N(\lambda, \frac{\lambda}{n})$の正規分布に従うと考えてよい
検定統計量の分布が分かれば、あとは計量値の検定と同じように計算可能。

51

⑤計数値(ポアソン分布)の検定　直接近似

・検定統計量の計算

$$u_0 = \frac{\hat{\lambda} - \lambda_0}{\sqrt{\frac{\lambda_0}{n}}} = -9.15$$

$$u_0 > -1.645$$

となり，H0は棄却される。従って，従来の母欠点数に対し低減したと言える。

・点推定

$$\hat{\lambda} = \frac{T}{n} = 4.112$$

・区間推定

$$\hat{\lambda} \pm u(0.05)\sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n}} = 4.112 \pm 0.178$$

52

参考:計数値の検定の精度を向上するやり方

前述の通り計数値の検定では、離散分布(二項分布、ポアソン分布)である統計量を連続分布である<u>正規分布に近似させている</u>。そこでこの近似の精度を良くする方法として、<u>連続修正という補正がかけられる場合がある。</u>
連続修正した場合、統計量に"*"が付くことが多い。

【二項分布の連続修正式】

$$p^* = \frac{x + 0.5}{n + 1} \qquad p^* \sim N(P, \frac{P(1-P)}{n})$$

【ポアソン分布の連続修正式】

$$\hat{\lambda}^* = \frac{T + 0.5}{n} \qquad \hat{\lambda}^* \sim N(\lambda, \frac{\lambda}{n})$$

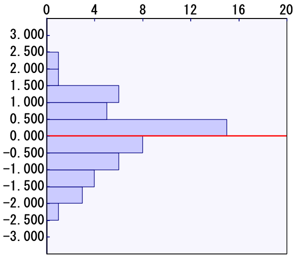
後の計算の仕方は全く同じ。

53

参考:回帰診断(残差の検討)

回帰分析により仮定した単回帰モデルの妥当性を確認すること。

①標準化残差 $e_i' = {}^{e_i}/_{\sqrt{V_e}}$の分布を確認する



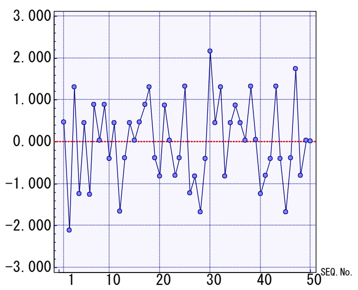
変数名	基準化残差
データ数	50
最小値	-2.110
最大値	2.171
平均値	0.000
標準偏差	1.000
ひずみ	-0.033
とがり	-0.584

分布の形状を確認。モデルが適切な場合，残差は正規分布形状で，ほとんどの値が±3以内に収まる。

54

参考:回帰診断(残差の検討)

②標準化残差を時系列にプロットし，規則性がないか確認する



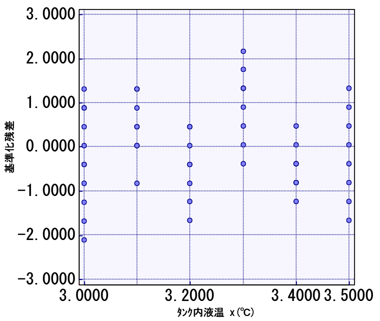
変数名	基準化残差
データ数	50
最小値	-2.110
最大値	2.171
平均値	0.000
標準偏差	1.000
ﾀﾞｰﾋﾞﾝ・ﾜﾄｿﾝ比	2.282

残差の出方に規則性が無いか確認する。規則性を確認する尺度としてダービン・ワトソン比があり，この値が2に近いほど，規則性が無いと言える。

55

参考:回帰診断(残差の検討)

③説明変数と標準化残差の散布図を確認する



項目	横軸	縦軸
変数名	ﾀﾝｸ内液温 x(℃)	基準化残差
データ数	50	50
最小値	3.000	-2.110
最大値	3.500	2.171
平均値	3.2320	0.0000
標準偏差	0.17779	1.00000

説明変数との間に関係がないか？(独立関係か)確認する。散布図の傾向から無相関であることを確認する。

56